第一章　引言

一、材料力學
二、靜力平衡
三、應力
四、應變
五、工程材料的機械性質

一、材料力學

Mechanics of Materials

Mechanics of Solids

Strength of Materials

（一)、定義：

研究可變形固體受靜力後變化的科學。

（二）、研習目的：

探討機件或結構在負荷下的承受能力與變形，以作為分析與設計的依據。

（三）、基本知識：

研讀材料力學的基本知識有靜力學、工程材料學、微積分、微分方程式等等。

二、靜力平衡

（一）、靜力平衡

一元件在靜力平衡時：

1.外力之合力為零

$$\sum_i F_i = 0$$

$i = x, y, z$

2.元件上任一點之合力矩為零

$$\sum_{i} M_{oi} = 0$$
$$i = x,\ y,\ z$$

（二）、外力與反力：

External Forces and

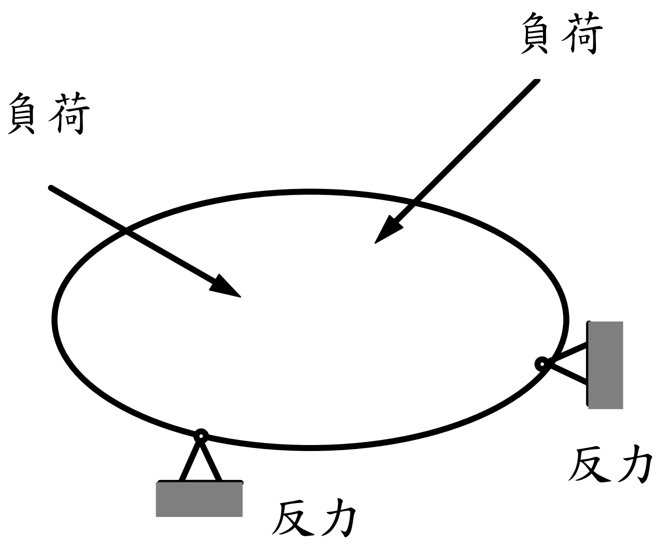
Reactive Forces(Reactions)

1.外力：

外力是作用於元件外的力與力矩。

2.反力與負荷：

作用於元件支撐點（Supports）或連結點（Connections）的外力特稱為反力。其它的外力稱為負荷（Loading）



（三）、內力：

Internal Forces

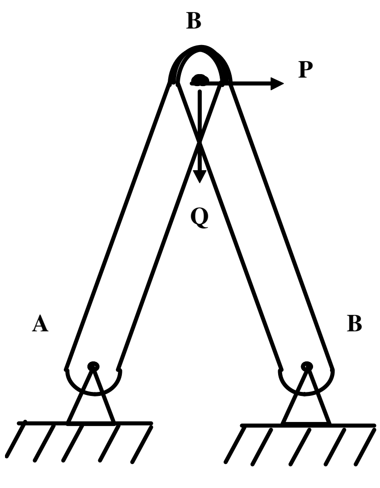
1.定義：

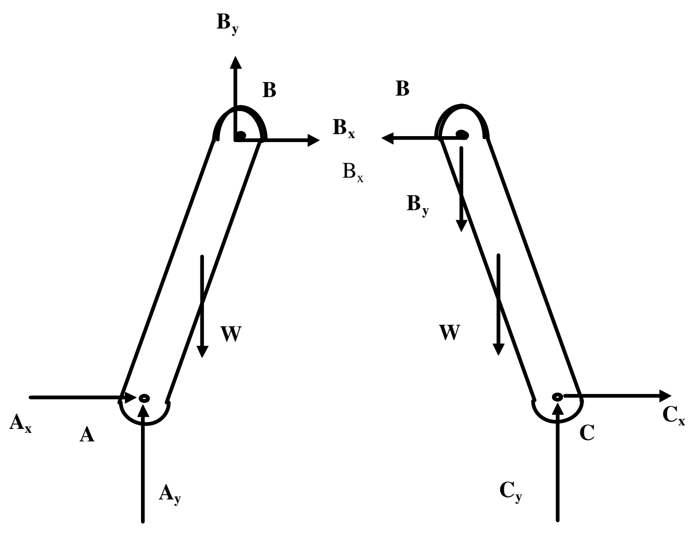
於物體內部維持其結合的力與力矩稱爲內力。

2.自由體圖（Free Body Diagram）

將元件中所關心的部份獨立割出，以方便表示靜力平衡，此圖示稱爲自由體圖。

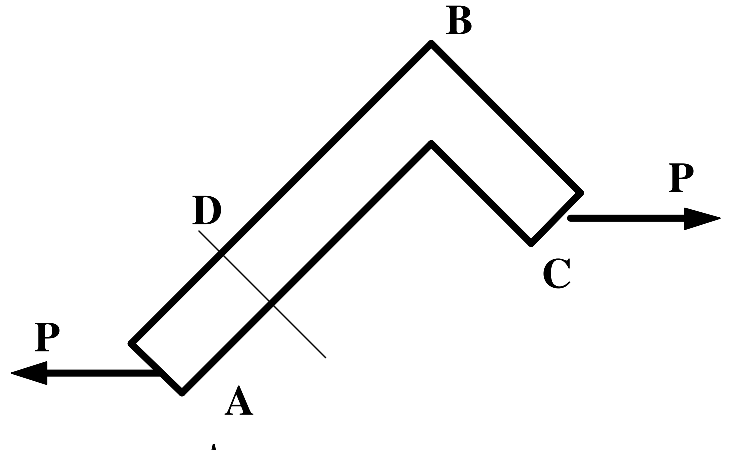
若自由體圖分割元件之接觸面，則此面上將有外力作用。



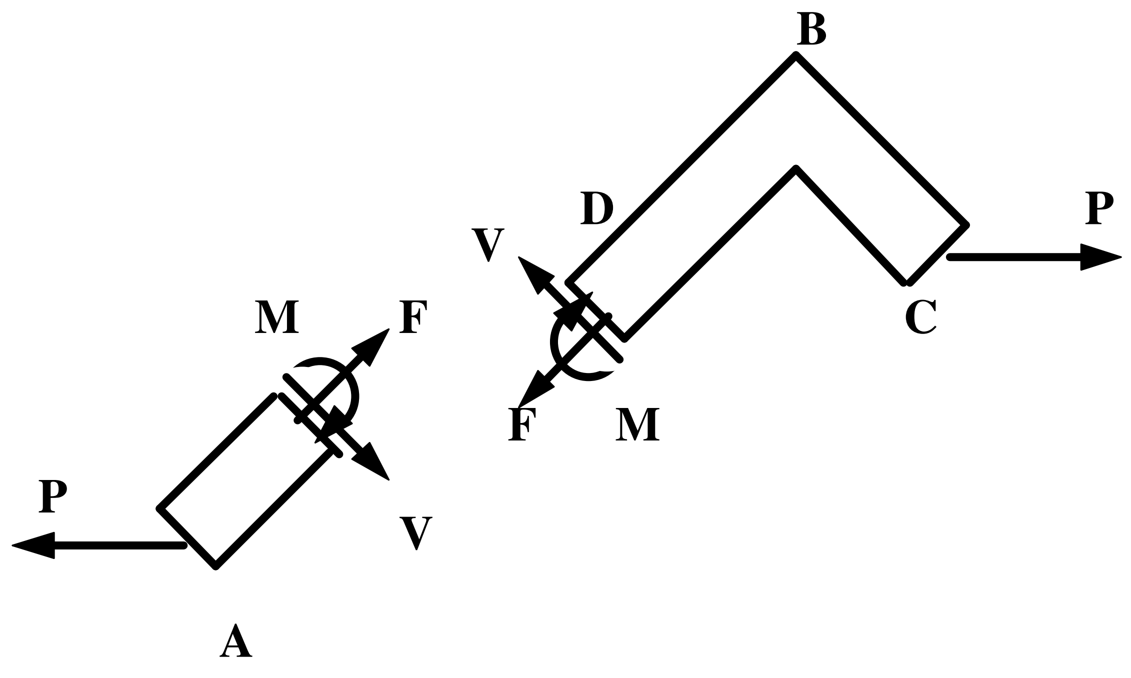


若自由體圖將元件切割，則在切割面上有

內力作用。

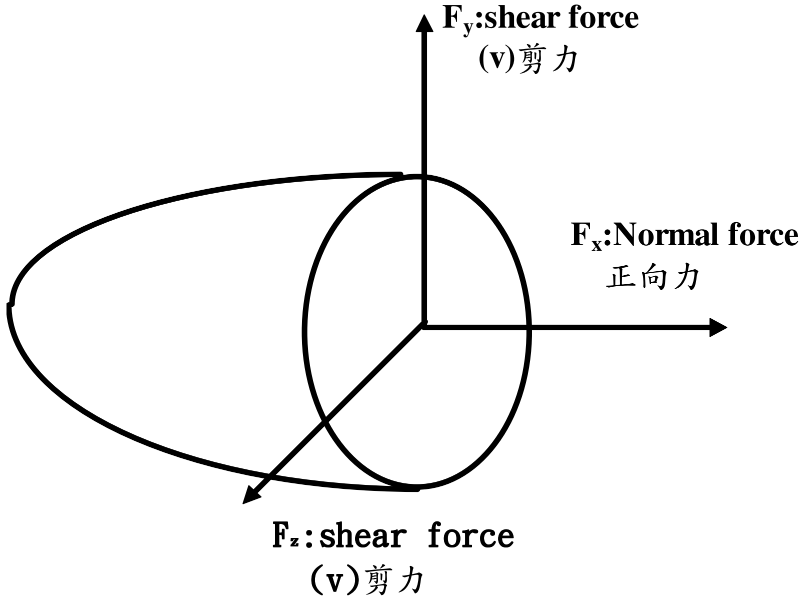


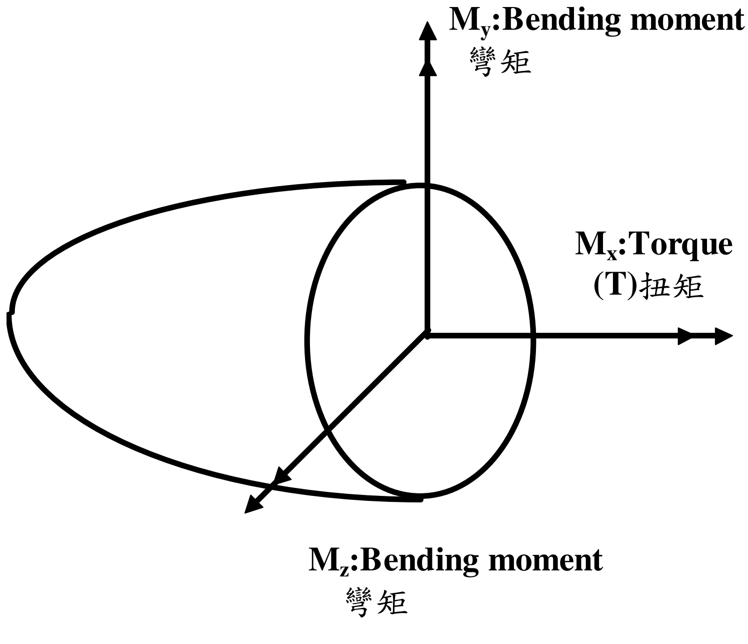
由 **D** 分割成自由體



F, V, M 爲作用於斷面的內力；M 爲彎矩。

3.直角坐標上之內力的標示





三、應力
Stress

（一）、定義

單位面積的內力。

單位：力/面積

SI 制： $Pa = N/m^2$；

常用 $1MPa = 10^6 Pa$，$1Gpa = 10^9 Pa$

英制： $psi = lb/in^2$；

常用 $1Ksi = 10^3 psi$

（二）、正應力

Normal Stress（ σ ）

1. 正應力：單位面積的正向力（normal forces）

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A}$$

2. 張應力（Tensile Stress）與

壓應力（Compressive Stress）

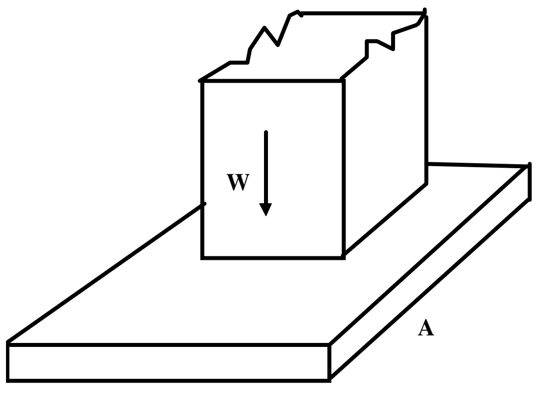
張應力：$\sigma > 0$

壓應力：$\sigma < 0$

3.承載應力（Bearing Stress）

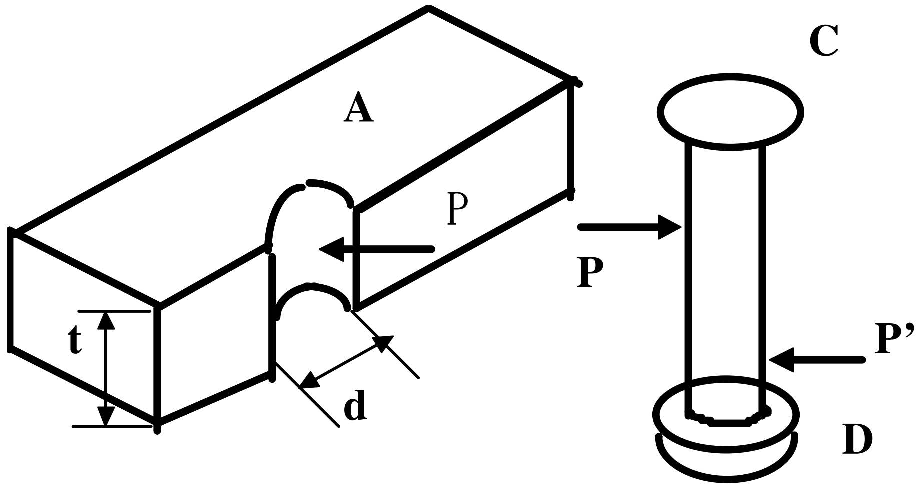
垂直壓於平面之作用力所產生的平均正應力。

《例》荷重（Dead loading）產生的承載應力



$$\sigma = \frac{W}{A}$$

《例》固定銷（pin）產生的承載應力



$$\sigma = \frac{p}{td}$$

（三）、剪應力（τ）

Shearing Stress; Shear Stress

1.定義：

單位面積的剪力（shearing force）

$$\tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A}$$

or

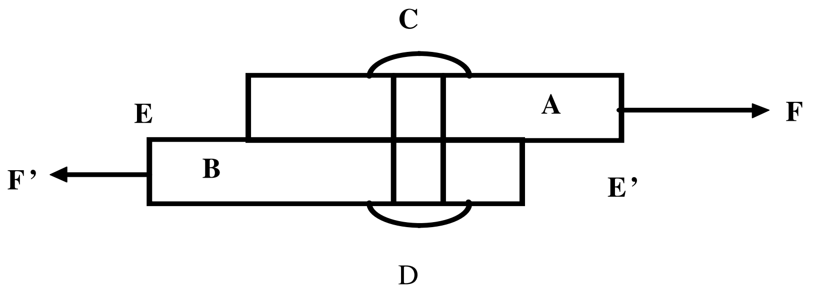
$$\tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A}$$

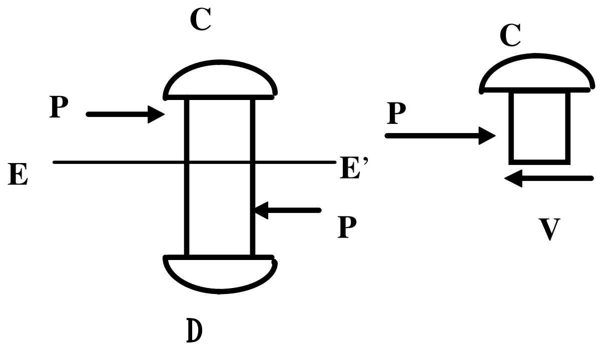
2.剪力的形式：

i:單剪應力（single shearing stress）

$$\tau = \frac{V}{A} = \frac{P}{A}$$

《例》卯釘的單剪應力





$V = P$

$$\tau = \frac{P}{\pi d^2/4} = \frac{4V}{\pi d^2}$$

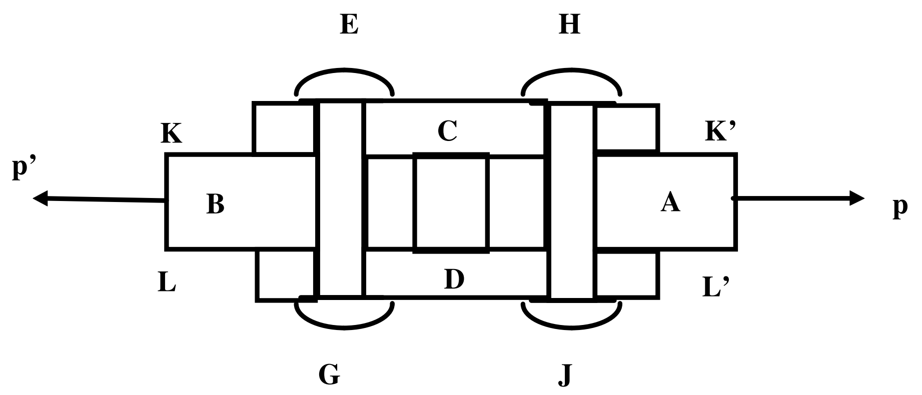
ii:雙剪應力（double shearing stress）

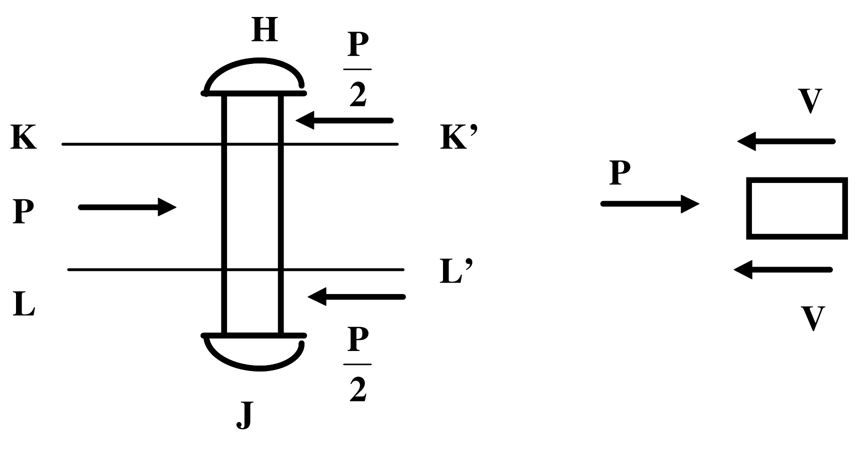
平行受力面的剪應力

$$\tau = \frac{V}{A}$$

$$= \frac{P}{2A}$$

《例》卯釘的雙剪應力





$$V = P/2$$

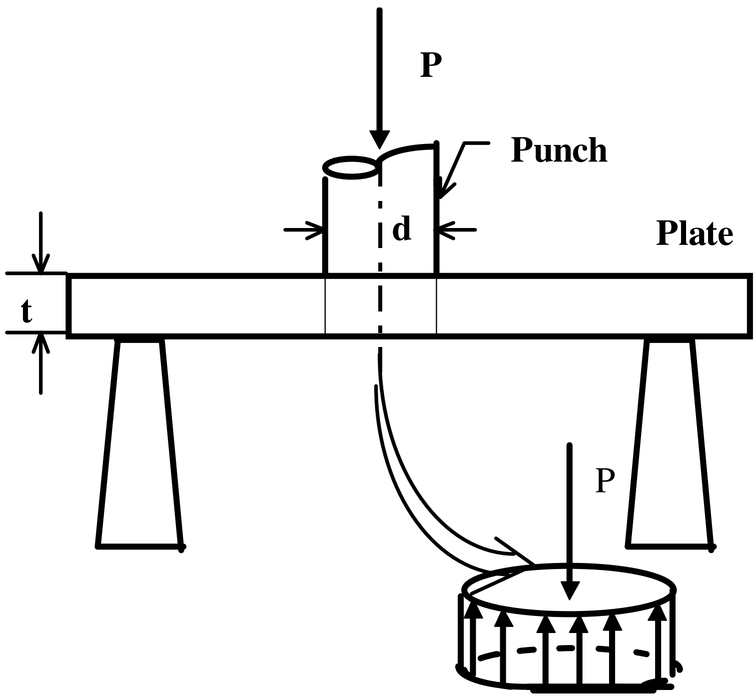
$$\tau = \frac{P}{2 \cdot \pi d^2/4}$$

$$= \frac{4V}{\pi d^2}$$

iii:撕裂剪應力（tearing stress）

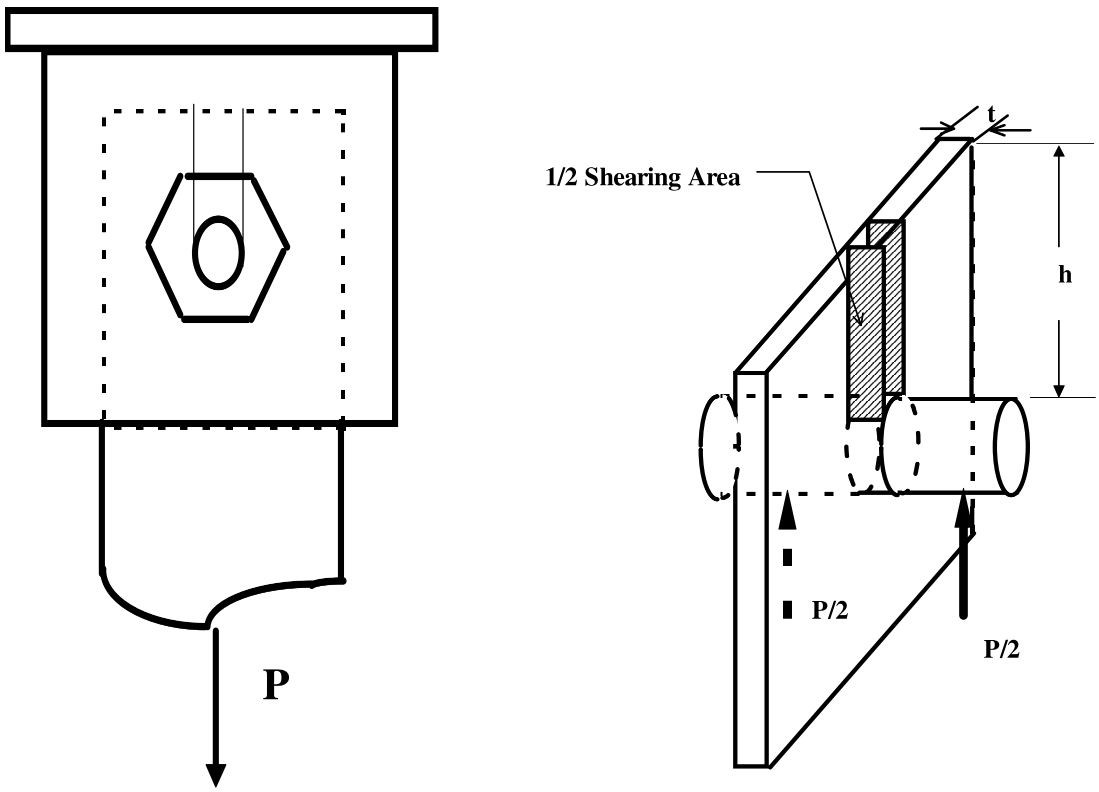
$$\tau = \frac{V}{A}$$

《例》剪床剪切時的撕裂剪應力



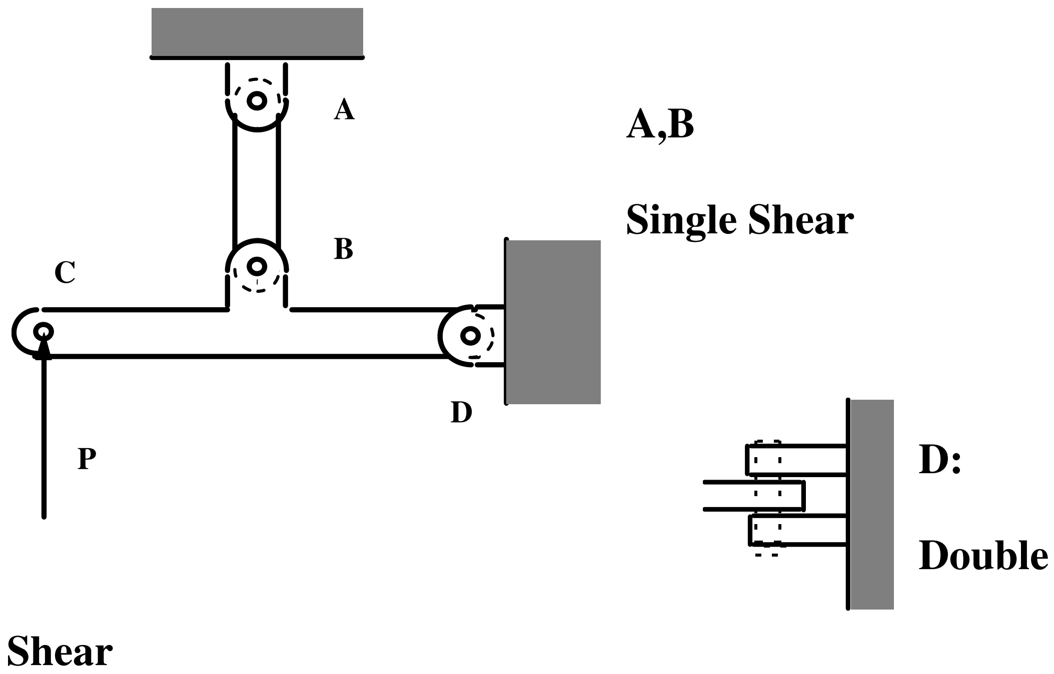
$$\tau = \frac{P}{\pi dt}$$

《例》卯釘產生的撕裂應力



$$\tau = \frac{P}{2th}$$

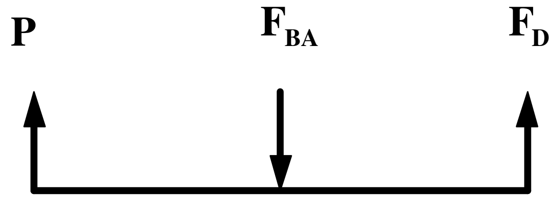
《例題》



如上圖的元件組合，連桿 AB 爲彈性體厚度 t 寬度 W；CD 爲剛體，BC 距離爲L_1，BD 距離爲L_2，$L_1 + L_2 = L$。A 點與 B 點以單剪力固定，銷 A 與 B 直徑爲d；D 點以雙剪力固定，銷 D 直徑爲d_d。試分別求 A 點受一向上力 P 與向下力 P 時，銷 A、B 及 D 的剪應力，元件 AB 的最大應力，以及 B 點的承載應力與撕裂應力。

【解】

（一）力 P 向上作用於 C：



$$F_{BA} = \frac{PL}{L_2}$$ ；元件 AB 受壓力。

$$F_D = \frac{PL_1}{L_2}$$

銷 A 的剪應力： $$\tau_A = \frac{F_{BA}}{\frac{1}{4}\pi d^2}$$

銷 B 的剪應力： $$\tau_B = \frac{F_{BA}}{\frac{1}{4}\pi d^2}$$

銷 D 的剪應力： $$\tau_D = \frac{F_D}{2\cdot\frac{1}{4}\pi d_d^2}$$

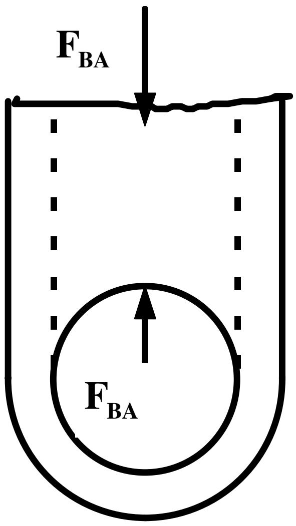
元件 AB 的最大壓力為

$$\sigma_B = \frac{F_{BA}}{wt}$$

B 點的承載應力爲

$$\sigma_{B_{Bearing}} = \frac{F_{BA}}{dt}$$

B 點的撕裂應力很小可以不計。



（二）力 P 向下作用於 C：

$$F_{BA} = \frac{PL}{L_2}$$ ；元件 AB 受張力。

$$F_D = \frac{PL_1}{L_2}$$

銷 A 的剪應力： $$\tau_A = \frac{F_{BA}}{\frac{1}{4}\pi d^2}$$

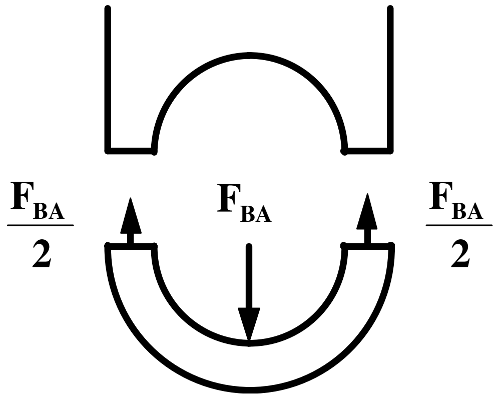
銷 B 的剪應力： $$\tau_B = \frac{F_{BA}}{\frac{1}{4}\pi d^2}$$

銷 D 的剪應力：

$$\tau_D = \frac{F_{BA}}{2\cdot\frac{1}{4}\pi d_d^2}$$

元件 AB 的最大張力

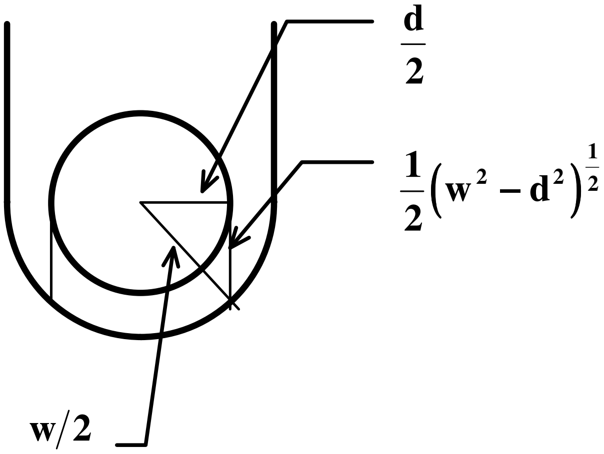
$$\sigma_B = \frac{F_{BA}}{(w-d)t}$$



B 點之承載應力

$$\sigma_{B_{Bearing}} = \frac{F_{BA}}{dt}$$

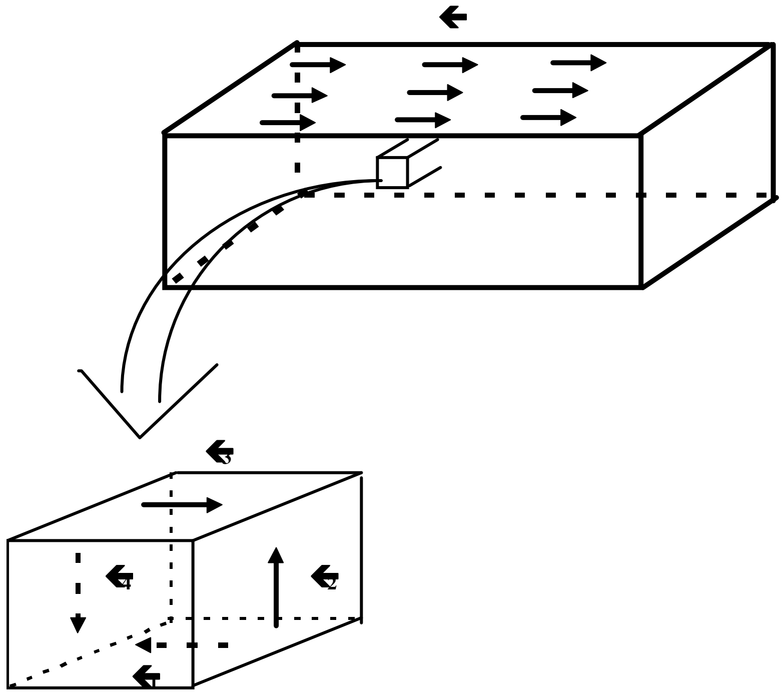
撕裂應力：



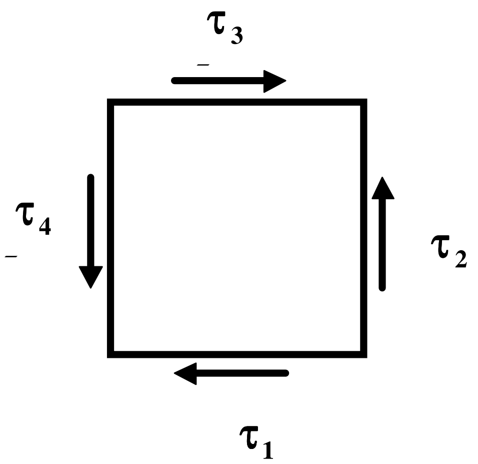
$$\sigma_{B_{Tearing}} = \frac{F_{BA}}{2 \cdot \frac{1}{2}\left(w^2 - d^2\right)^{\frac{1}{2}} \cdot t}$$

3.剪應力的對稱性

元件上受剪力作用的一點



由靜力平衡：



$$\sum \tau = 0$$

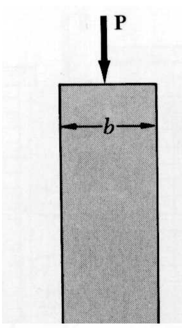
$$\therefore \ \tau_1 = \tau_3; \ \tau_2 = \tau_4$$

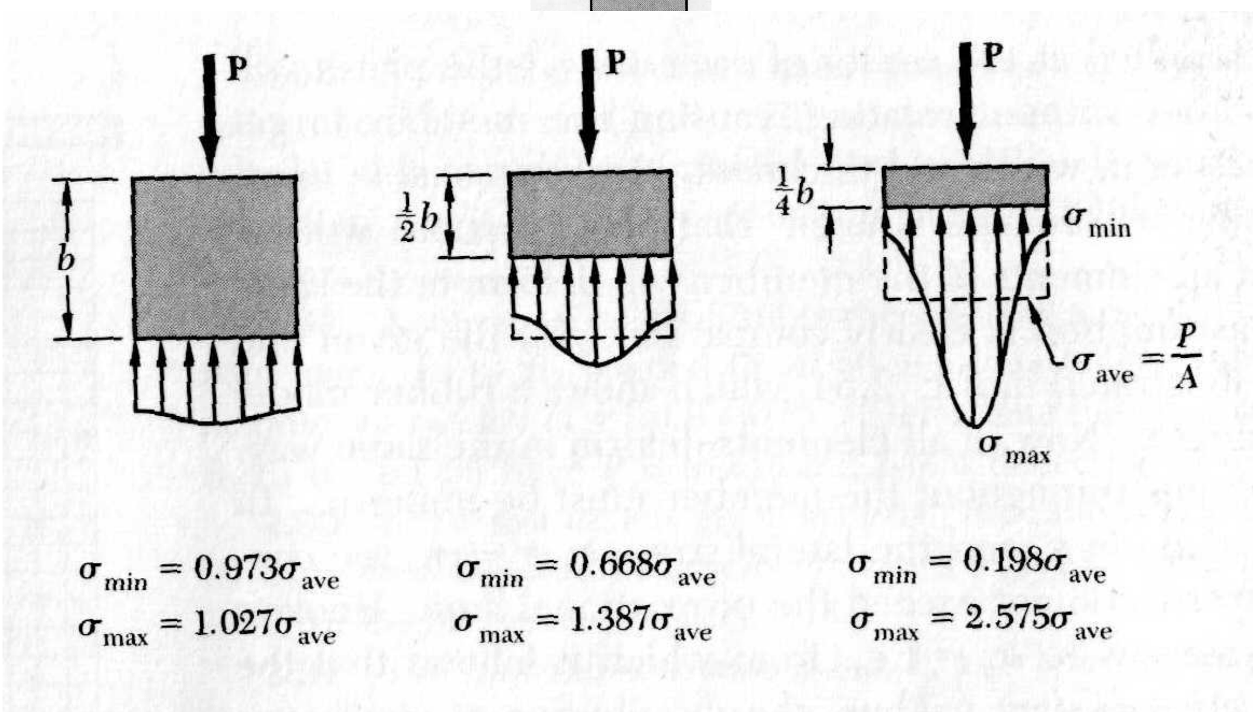
由彎矩的平衡：

（三）、應力分佈

1.Saint-Venant's Principle

除靠近負荷作用點附近外，應力分佈與負荷形式無關。





Beer and Johnston, 1992

2.應力集中（Stress Concentration）

在元件幾何形狀急劇變化處，其邊緣應力變大，呈不均勻分佈。

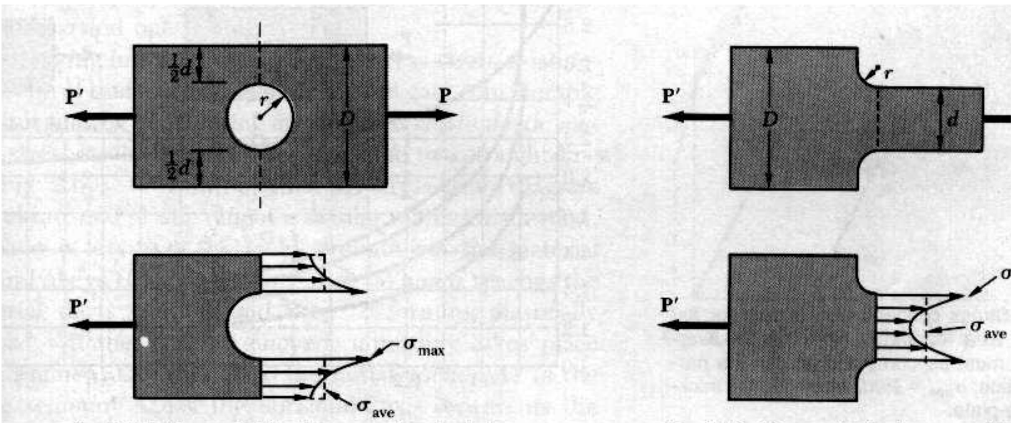
$$\sigma_{\max} = K\sigma_{mean}$$

其中 $\sigma_{\max}$:最大應力

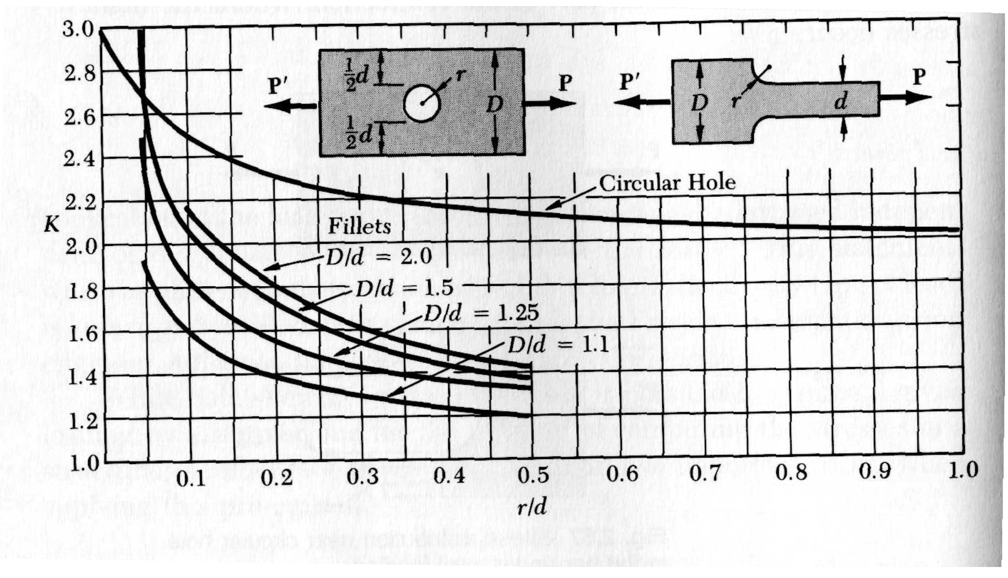
σ_{mean}:最大應力

K:應力集中係數

stress concentration factor



Beer and Johnston, 1992



Beer and Johnston, 1992

（四）、安全係數 F.S.

Safety　Factor or Factor of Safety

$$F.S. = \frac{\sigma_c}{\sigma_a}$$

其中　σ_c：臨界應力 critical stress

為抗拉（壓）強度或降服強度，

依規範而定。

σ_a：容許應力 allowable stress

四、應變

Strain

（一）、正應變

Normal Strain

元件受力後，長度的改變率。

1.工程應變　ε（Engineering Strain）

工程應變為平均應變。

$$\varepsilon_{(avg)} = \frac{\delta}{L_o}$$

其中　δ: 受力後長度改變量

L_o: 原長度

2.真應變（True Strain）

$$\varepsilon_t = \int_{L_0}^{L} \frac{dx}{x}$$

$$= \ln\left(\frac{L}{L_o}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{L_o + \delta}{L_o}\right)$$

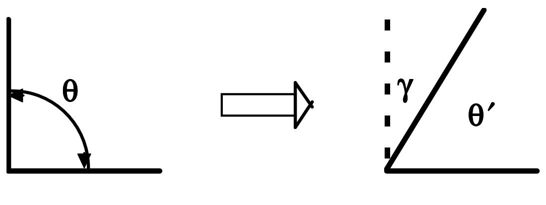
$$= \ln\left(1 + \varepsilon_{avg}\right)$$

$$\cong \varepsilon_{avg}$$

（二）、剪應變

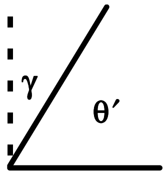
Shear Strain

垂直線受力後夾角的改變。

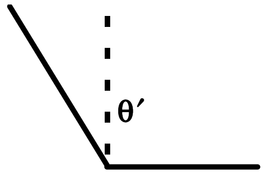


$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta'$$

當 $\gamma > 0$ 時：



當 $\gamma < 0$ 時：



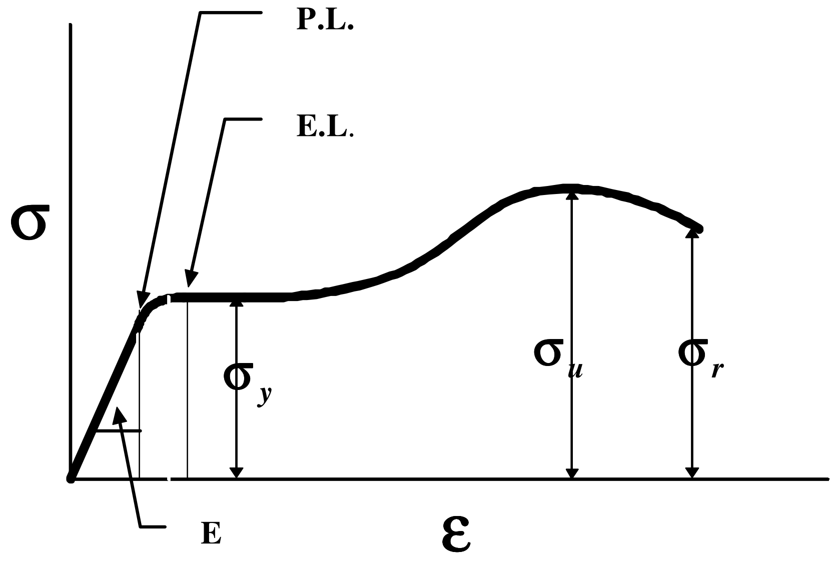
五、工程材料的機械性質

（一）、延性材料的應力應變曲線

延性材料 Ductile Material

1.降服點明顯的延性材料

例如鋼材(steel)



應力應變曲線上的特性點：

a.比率限(Proportional limit: P.L.)

b.彈性限(Elastic limit: E.L.)

c.降服點(Yielding point: σ_y)

d.抗拉（壓）強度(Ultimate strength: σ_u)

e. 破壞強度(Fracture strength;

Ruptures: σ_r)

f.彈性係數(Modulus of elasticity;

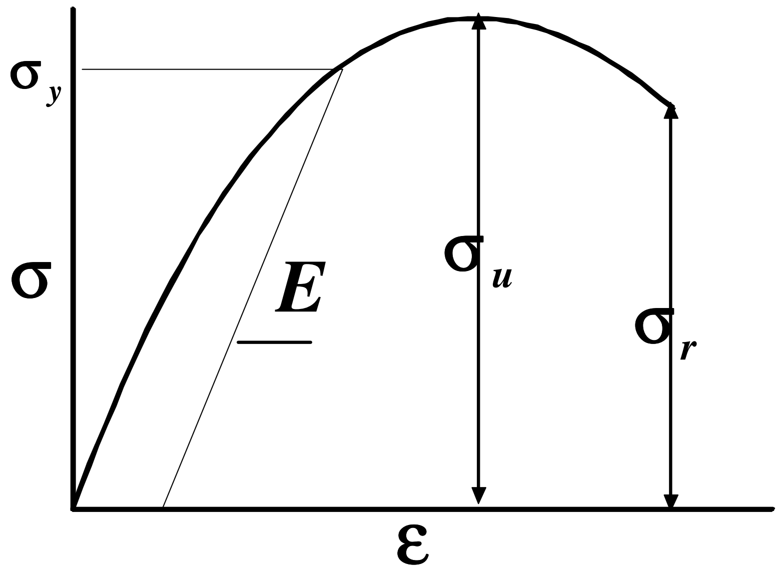
Young’s modulus: E)

g.彈能模數(modulus of resilience)

h.韌性(Toughness)

2.降服點不明顯的延性材料

例如鋁合金等



用偏位法(Offset method)來定義降服點。

（二）、脆性材料的應力應變曲線

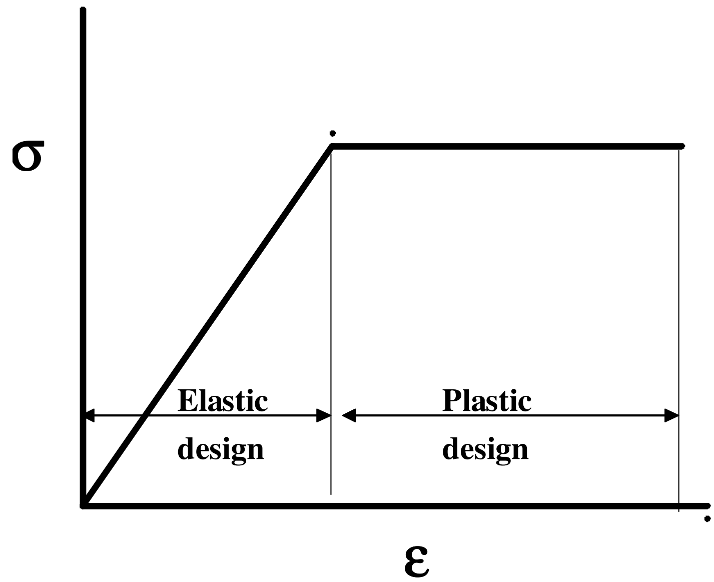
脆性材料 Brittle Material

例如鑄鐵(Cast Iron)

無明顯的降服現象，$\sigma_u = \sigma_r$ 。

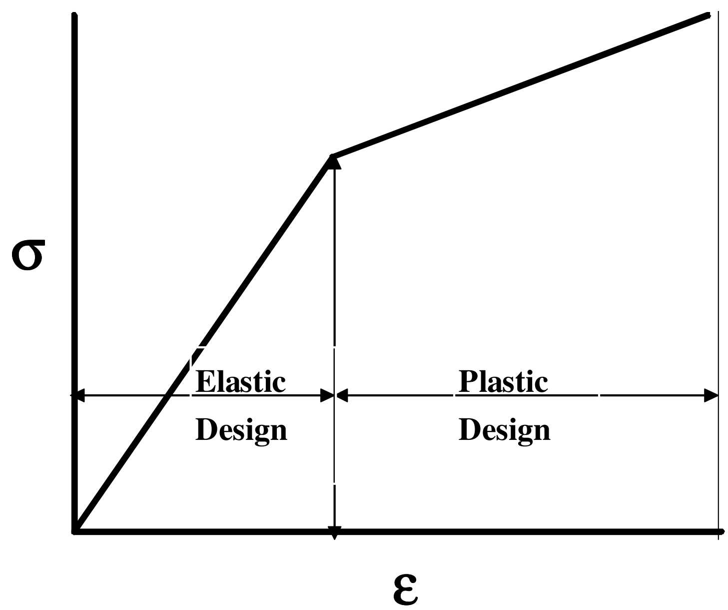
（三）、理想化的應力應變曲線

1.彈塑性體（Elastoplastic material）



2.雙直線應力應變曲線

Bilinear stress-strain curve



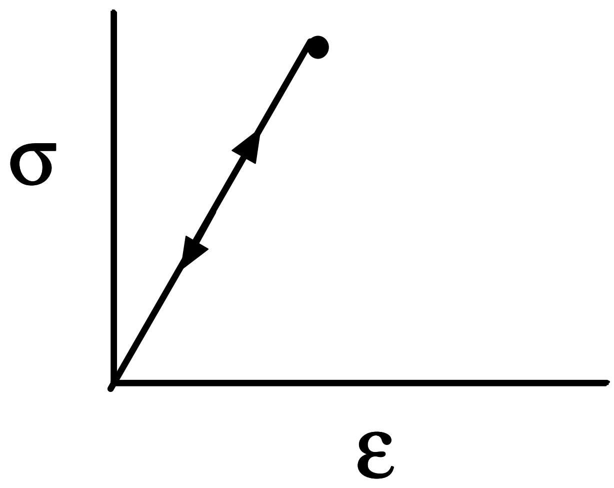
（四）、彈性變形與塑性變形

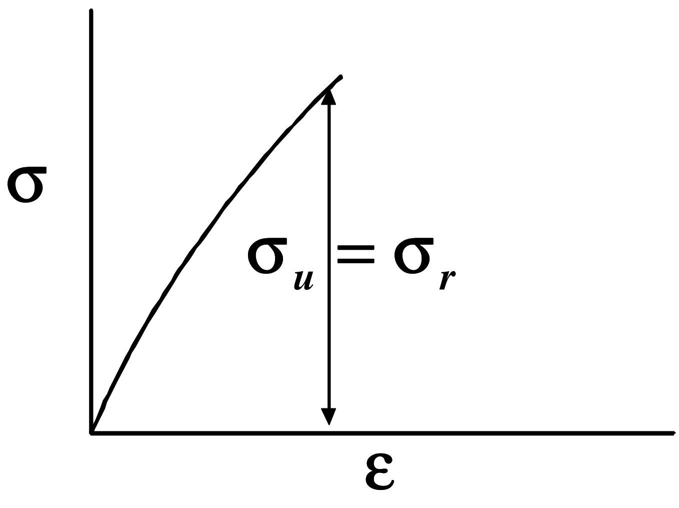
Elastic Deformation

and Plastic Deformation

1.彈性變形歷程

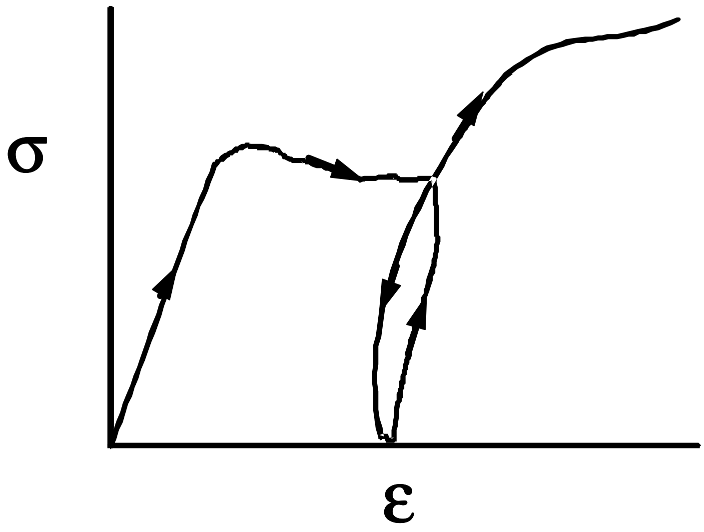
比例限前的變形





2.塑性變形歷程

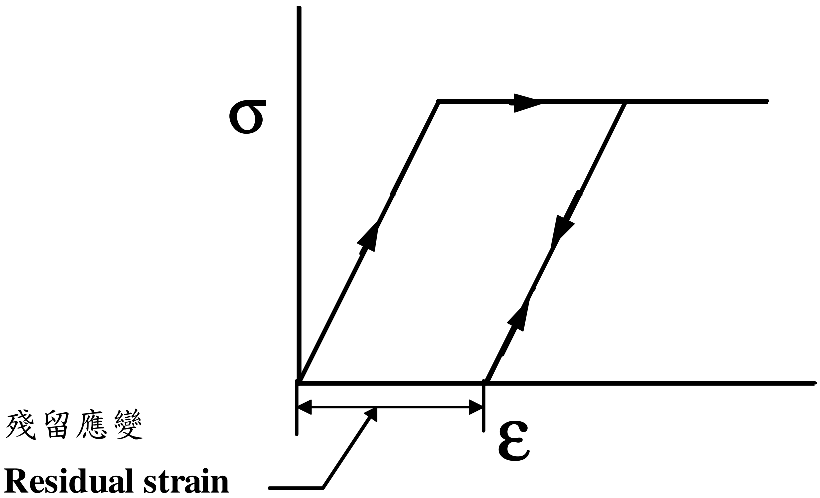
塑性變形的遲滯現象(hysteresis)



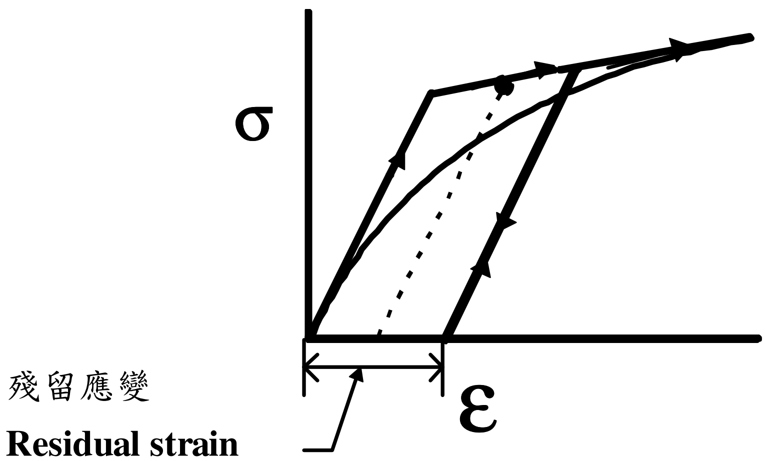
降服點前的變形

理想化的塑性變形歷程

彈塑性體的塑性變形



雙直線型的塑性變形



（五）比例限下的應力應變關係

1. Hook 定律

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\tau = G\gamma$$

E:彈性係數

Modulus of Elasticity

Young’s modulus

G:剪彈性係數

Shear Modulus （of Elasticity）

2.Poisson 比 ν

$$\nu = -\frac{\text{側向正應變}}{\text{受力方向正應變}}$$

3. E 與 G 的關係

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

（如時間許可將在學期末證明）